Prof. Dr. Alfred Toth

Grundlegung einer Arithmetik kontexturierter Objekte

Ne tudd meg, hogy én egyedül
Mit beszélek majd a Halállal.

Endre Ady, "Halálvirág: a csók"[1]

1. Die Mathematik der Qualitäten (vgl. Kronthaler 1986), die auf der polykontexturalen Logik und Ontologie Gotthard Günthers beruht (vgl. Günther 1976-80, 1991), kann man als ein Vermittlungssystem 2-wertiger Logiken in Subjektfunktion definieren (vgl. Toth 2015). Das bedeutet dreierlei: 1. Polykontextural ist lediglich die Vermittlung zwischen den Logiken, die weiterhin 2-wertig bleiben. 2. Es gibt somit keine Vermittlung zwischen den beiden einzigen Werten der 2-wertigen Logiken. 3. Die Erweiterung der Mono- zur Polykontexturalität verdankt sich einzig der Iterierbarkeit des Subjektes, denn nur dieses ist kontexturell relevant. Eine kontexturelle Relevanz des "toten" Objektes wird diesem somit explizit abgesprochen. Das Objekt ist damit in den Permutationszyklen bzw. Permutogrammen immer konstant (vgl. Thomas 1985).

Vor dem Hintergrund der theoretischen Ontik, die wir in den letzten Jahren der theoretischen Semiotik von Peirce und Bense zur Seite gestellt haben, ist die kontexturelle Irrelevanz des Objektes jedoch aus zwei Gründen falsch. 1. Der Objektbegriff, welcher der Ontik zugrunde liegt, ist der des subjektiven Objektes, da wir Objekte nur durch die Filter unserer Sinne wahrnehmen können und die Vorstellung eines objektiven, d.h. absoluten bzw. apriorischen Objektes damit zum Phantasma wird. 2. Die Falschheit der Annahme, daß Objekte nicht kontexturiert sein können, folgt direkt aus der Isomorphie von Objekt und Zeichen (vgl. Toth 2014a), die übrigens bereits zu Recht von der Semiotik von Georg Klaus postuliert worden war (vgl. Klaus 1973).

2. Logische Existenz kann nach einem genialen Vorschlag Albert Mennes durch Selbstidentität definiert werden (vgl. Menne 1991, S. 107). Damit sind

[1] "Du sollst nicht wissen, was ich allein dem Tod noch sagen werde". Vgl. zum hier vorausgesetzten theoretischen Hintergrund Rudolf Kaehr, Über Todesstruktur, Maschine und Kenogrammatik. In: Spuren (Hamburg), Nr. 38, Okt. 1991, S. 47-53.

auch ontisch nicht-existente Objekte wie der Pegasus, die Meerjungfrau und Frau Holle logisch existent. Daraus folgt allerdings, daß Existenz unter völliger Absehung des Objektbegriffes, und zwar durch die logische, d.h. nicht-ontische und nicht-semiotische Eigenschaft der Widerspruchsfreiheit definiert wird. Die bemerkenswerte Möglichkeit, solche ontisch nicht-existenten Objekte als Zeichen zu repräsentieren, zeigt somit, daß die Menge subjektiver Objekte bedeutend größer ist als diejenige objektiver Objekte, d.h. daß der Subjektanteil im subjektiven Objekt nicht nur reduktiv[2], sondern gleichzeitig produktiv wirkt, und zwar im Sinne der von Bense (1992, S. 16) festgestellten "Seinsvermehrung". Damit erhebt sich allerdings die Frage, was die Bedeutung des arithmetischen Satzes ist, daß in der quantitativen Mathematik nur mit "Gleichem" operiert werden könne (vgl. Kronthaler 1990), denn Gleichheit und Ungleichheit müssen ja ebenfalls über Selbstidentität definiert werden. Beispielsweise sind die beiden Gleichungen

1 Apfel + 1 Apfel = 2 Äpfel

1 Birne + 1 Birne = 2 Birnen,

wie man sieht, lösbar, da jeweils beide Summanden "gleich" sind, wogegen die Gleichung

1 Apfel + 1 Birne = ?

unlösbar ist, da die beiden Summanden "ungleich" sind. Die "Lösung" 2 Früchte zeigt allerdings, daß nur scheinbar Objekte addiert werden, denn die folgenden beiden Gleichungen

1 Frucht + 1 Frucht = 2 Früchte

$1 + 1 = 2$

besagen genau dasselbe wie die ersten beiden Gleichungen, d.h. alle vier Gleichungen sind wegen ihrer Objektunabhängigkeit quantitativ. Objekte sind hingegen per definitionem qualitativ, d.h. es gibt keine nicht-qualitativen

[2] Hierher gehört die (mir allerdings nicht lokalisierbare) Äußerung Kafkas, daß der, welcher imstande wäre, alle Eigenschaften von Objekten mit seinen Sinnen zu erfassen, bereits beim Übertreten der Schwelle seines Hauses tot zusammenbrechen müßte.

Objekte. Somit sind in Sonderheit Zahlen keine Objekte, und damit müssen sie Zeichen sein. Wenn wir also "1 Apfel + 1 Apfel" hinschreiben, dann bezeichnet dieser Ausdruck keine ontischen Äpfel, sondern ihre Anzahlen als Zeichen n Form von Zahlen. Merkwürdigerweise gilt aber für Zahlen die Bedingung der Gleichheit von Operanden nicht, denn eine Gleichung wie z.B.

$1 + 2 = 3$

ist lösbar, obwohl die Summanden ungleich sind. Daraus folgt, daß der Satz, daß nur Gleiches operierbar ist, nicht nur sinnlos, sondern falsch ist. Sinnlos ist er deshalb, weil alle vier obigen Gleichungen dasselbe besagen, falsch ist er, da verschiedene Zahlen, d.h. reine Quantitäten operiert werden können. Man braucht nur die beiden folgenden Gleichungen hinzuschreiben, um sich von der Richtigkeit dieser Folgerung zu überzeugen

1 Apfel + 2 Äpfel = 3 Äpfel

1 Apfel + 2 Birnen = ?.

Es gibt allerdings noch einen dritten Grund, warum der Satz, daß nur Gleiches operierbar ist, falsch ist, denn vgl. z.B. die folgende Gleichung

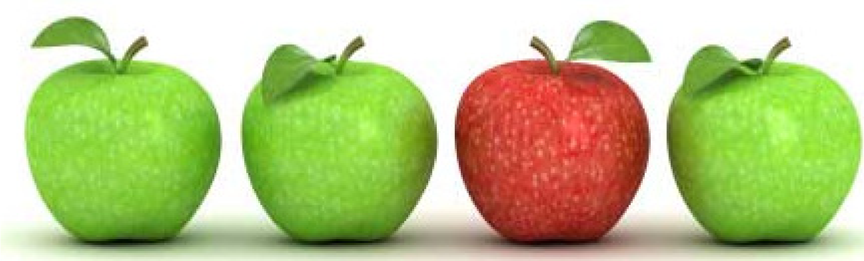
1 Jonathan-Apfel + 1 Cox Orange-Apfel = ?

Hier kommt nun die Objektinvariante der Sortigkeit ins Spiel, d.h. die Tatsache, daß jedes Objekt einer bestimmten Sorte angehört. Von hier aus ist es ferner ein kleiner Schritt zur Einsicht, daß es keine zwei identischen Objekte gibt, und dies ist selbst bei Zwillingen mit identischer DNS der Fall, denn niemand wird bezweifeln, daß die beiden Menschen trotzdem Individuen sind. Daraus folgt, daß jedes Objekt, genauso wie jedes Subjekt, selbstidentisch sein muß, und daraus wiederum folgt, daß selbst eine so harmlos aussehende Gleichung wie

1 Apfel + 1 Apfel = 2 Äpfel

möglicherweise falsch, aber ganz bestimmt sinnlos ist, denn wir wissen nicht, welcher Sorte diese Äpfel angehören, und wir wissen mit Bestimmtheit, daß die beiden Summanden niemals den gleichen Apfel bezeichnen können, d.h.

daß die Referenzobjekte der beiden Summanden verschieden sind. Somit wird bereits in der Addition 1 Apfel + 1 Apfel Ungleiches operiert. Da gemäß unserer obigen Feststellung diese Addition dasselbe besagt wie 1 + 1, stellt sich ferner die Frage, ob die beiden Einsen nicht ebenfalls ungleich sind. Logisch ist ja, wie Menne (1992, S. 38 ff.) festgestellt hatte, zwischen "sign event" und "sign structure" zu unterscheiden, d.h. zwischen dem Zeichen 1 als konkreter Instanz und dem Zeichen 1 als abstraktem Typus. Diese dyadische Unterscheidung, die sich auch in der Semiotik von Georg Klaus findet, war allerdings bereits als triadische Unterscheidung zwischen Tone, Token und Type von Peirce eingeführt worden und betrifft die Notwendigkeit, zwischen Zeichen als Qualizeichen, Sinzeichen und Legizeichen, d.h. als Qualität, Quantität und Norm zu unterscheiden. Somit kann bereits die anscheinend unverdächtige Addition 1 + 1 dreideutig sein, denn die beiden Summanden können paarweise auf dreifache Weise verschieden sein, und somit folgt wieder die Möglichkeit ihrer Ungleichheit, die dazu führt, daß nicht einmal die Gleichung 1 + 1 = ? lösbar ist, da wir ja nicht wissen, ob die Summanden Tones, Tokens oder Types und dabei gleich oder verschieden sind. Die einzige wissenschaftlich haltbare Aussage, die wir über die auf dem folgenden Photo abgebildeten Äpfel machen können,



ist somit: "Wir sehen 4 Äpfel". Wesentlich ist dabei die durch "wir" induzierte Subjektabhängigkeit der Apfel-Objekte. Wir können ferner festellten, daß es sich auf dem Bild um 2 Sorten von Äpfeln handelt und daß alle 4 Äpfel paarweise ungleich, d.h. Tones sind. Vor allem aber folgt aus dem Gesagten, daß es unwissenschaftlich ist, die Situation auf dem Bild in der Form einer Gleichung 1 + 1 + 1 + 1 = 4 auszudrücken.

3. Objekte sind damit genauso selbstidentisch wie es Subjekte sind, d.h. es gibt nicht nur Subjekt-Individuen, sondern auch Objekt-Individuen, und vor allem

gibt es nur individuelle Objekte und Subjekte. Identität ist damit gleichbedeutend mit Selbstidentität, und Gleichheit wird dreideutig, insofern zwischen Tones, Tokens und Types zu unterscheiden ist. Wegen der Subjektabhängigkeit von Objekten, die ja ontisch und semiotisch nur als wahrgenommene existieren, sind damit nicht nur Subjekte, sondern auch Objekte kontexturell relevant. Die polykontexturale Logik, die lediglich die Kontexturalität von Subjekten, nicht aber diejenige von Objekten anerkennt, ist damit defizient. Wie eine Arithmetik kontexturierter Objekte aussehen könnte, wird im folgenden formal aufgezeigt. Wegen der Isomorphie von Objekten und Zeichen genügt es dabei, die Kontexturiertheit von Zeichen zu bestimmen. Entsprechend der von Bense eingeführten Dreiteilung des Zeichensbegriffes in Primzeichen, Subzeichen und Zeichen unterscheiden wir damit zwischen Primobjekten, Subobjekten und Objekten. Zur Vereinfachung der folgenden Darstellung setzen wir fest, daß die Anzahl der Kontexturen, in denen ein Objekt oder Zeichen auftreten kann, der Anzahl der Objekte oder Zeichen entspricht. Das bedeutet also nicht, daß ein Objekt oder Zeichen nicht gleichzeitig in mehreren Kontexturen auftreten kann – das Gegenteil ist der Fall (vgl. Toth 2009) –, sondern daß zunächst nur so viele Kontexturen angenommen werden, wie es Objekte bzw. Zeichen gibt. Diese Annahme ist allerdings keineswegs zwingend, da wegen der Isomorphie von Objekt und Zeichen nicht nur kein Zeichen, sondern auch kein Objekt isoliert auftritt und somit immer vor dem Hintergrund theoretisch unendlich vieler Kontexturen aufscheint.

3.1. Primzeichen und Primobjekte

$$P = (1, 2, 3) = \begin{cases} P = (1_1, 2_1, 3_1) \\ P = (1_2, 2_2, 3_2) \\ P = (1_3, 2_3, 3_3) \end{cases}$$

$P = (1_1, 2_1, 3_2)$ $\quad$ $P = (1_2, 2_2, 3_1)$

$P = (1_1, 2_2, 3_1)$ $\quad$ $P = (1_2, 2_1, 3_2)$

$P = (1_2, 2_1, 3_1)$ $\quad$ $P = (1_1, 2_2, 3_2)$

$P = (1_1, 2_1, 3_3)$ $P = (1_3, 2_3, 3_1)$

$P = (1_1, 2_3, 3_1)$ $P = (1_3, 2_1, 3_3)$

$P = (1_3, 2_1, 3_1)$ $P = (1_1, 2_3, 3_3)$

$P = (1_1, 2_1, 3_3)$ $P = (1_3, 2_3, 3_1)$

$P = (1_1, 2_3, 3_1)$ $P = (1_3, 2_1, 3_3)$

$P = (1_3, 2_1, 3_1)$ $P = (1_1, 2_3, 3_3)$

$P = (1_2, 2_2, 3_3)$ $P = (1_3, 2_3, 3_2)$

$P = (1_2, 2_3, 3_2)$ $P = (1_3, 2_2, 3_3)$

$P = (1_3, 2_2, 3_2)$ $P = (1_2, 2_3, 3_3)$

$P = (1_1, 2_2, 3_3)$ $P = (1_3, 2_2, 3_1)$

$P = (1_1, 2_3, 3_2)$ $P = (1_2, 2_3, 3_1)$

$P = (1_2, 2_1, 3_3)$ $P = (1_3, 2_1, 3_2)$

3.2. Subzeichen und Subobjekte

$S \subset (P \times P)$

Hier wird nach der Aufhebung der polykontexturalen Defizienz der Nicht-Kontexturiertheit der Objekte die zweite der beiden eingangs festgestellten Defizienzen, diejenige der Nicht-Vermitteltheit der logischen Werte in jeder 2-wertigen Logik, eliminiert, und zwar durch die Einführung von Rändern zwischen den Elementen von Dichotomien, die der logischen 2-wertigen Basisdichotomie isomorph sind. Formal geschieht dies durch den in Toth (2014b) definierten Einbettungsoperator.

$S = [x, [y]]$ $S = [[y], x]$

$S = [[x], y]$ $S = [y, [x]]$

$S = [x_i, [y_i]]$ $S = [[y_i], x_i]$ $S = [[x_i], y_i]$ $S = [y_i, [x_i]]$

$S = [x_j, [y_j]]$ $S = [[y_j], x_j]$ $S = [[x_j], y_j]$ $S = [y_j, [x_j]]$

$S = [x_i, [y_j]]$ $S = [x_j, [y_i]]$

$S = [[y_i], x_j]$ $S = [[y_j], x_i]$

$S = [[x_i], y_j]$ $S = [[x_j], y_i]$

$S = [y_i, [x_j]]$ $S = [y_j, [x_i]]$

3.3. Zeichen und Objekte

$Z = [[3.x], [2.y], [1.z]] \times [[z.1], [y.2], [x.3]]$

2.3.1. Einbettungstransformationen

$[3.x] \rightarrow ([3, [x]], [[x], 3], [[3], x], [x, [3]])$

$[2.y] \rightarrow ([2, [y]], [[y], 2], [[2], y], [y, [2]])$

$[1.z] \rightarrow ([1, [z]], [[z], 1], [[1], z], [z, [1]])$

2.3.2. Kontexturierungstransformationen

$[3.x] \rightarrow ([3, [x]], [[x], 3], [[3], x], [x, [3]])$

$[3, [x]] \rightarrow ([3_i, [x_i]], [3_j, [x_j]], [3_i, [x_j]], [3_j, [x_i]])$

$[[x], 3] \rightarrow ([[x_i], 3_i], [[x_j], 3_j], [[x_i], 3_j], [[x_j], 3_i])$

$[[3], x] \rightarrow ([[3_i], x_i], [[3_j], x_j], [[3_i], x_j], [[3_j], x_i])$

$[x, [3]] \rightarrow ([x_i, [3_i]], [x_j, [3_j]], [x_i, [3_j]], [x_j, [3_i]])$

$[2.y] \rightarrow ([2, [y]], [[y], 2], [[2], y], [y, [2]])$

$[2, [y]] \rightarrow ([2_i, [y_i]], [2_j, [y_j]], [2_i, [y_j]], [2_j, [y_i]])$

$[[y], 2] \rightarrow ([[y_i], 2_i], [[y_j], 2_j], [[y_i], 2_j], [[y_j], 2_i])$

$[[2], y] \rightarrow ([[2_i], y_i], [[2_j], y_j], [[2_i], y_j], [[2_j], y_i])$

$[y, [2]] \rightarrow ([y_i, [2_i]], [y_j, [2_j]], [y_i, [2_j]], [y_j, [2_i]])$

$[1.z] \rightarrow ([1, [z]], [[z], 1], [[1], z], [z, [1]])$

$[1, [z]] \rightarrow (([1_i, [z_i]], ([1_j, [z_j]], ([1_i, [z_j]], ([1_j, [z_i]])$

$[[z], 1] \rightarrow ([[z_i], 1_i], [[z_j], 1_j], [[z_i], 1_j], [[z_j], 1_i])$

$[[1], z] \rightarrow ([[1_i], z_i], [[1_j], z_j], [[1_i], z_j], [[1_j], z_i])$

$[z, [1]] \rightarrow ([z_i, [1_i]], [z_j, [1_j]], [z_i, [1_j]], [z_j, [1_i]])$

2.3.3. Permutationstransformationen

$[[3.x], [2.y], [1.z]] \times [[z.1], [y.2], [x.3]] \rightarrow$

$([[3.x], [2.y], [1.z]] \times [[z.1], [y.2], [x.3]]$

$[[3.x], [1.y], [2.z]] \times [[z.2], [y.1], [x.3]]$

$[[2.x], [3.y], [1.z]] \times [[z.1], [y.3], [x.2]]$

$[[2.x], [1.y], [3.z]] \times [[z.3], [y.1], [x.2]]$

$[[1.x], [3.y], [2.z]] \times [[z.2], [y.3], [x.1]]$

$[[1.x], [2.y], [3.z]] \times [[z.3], [y.2], [x.1]]$

Anschließend wiederum Anwendung von 2.3.1. und 2.3.2., d.h. die drei Transformationen bilden einen Algorithmus. Da das System der 10 peirce-benseschen Dualsysteme eine Teilmenge der Gesamtmenge der über der Zeichenform $Z = [3.x, 2.y, 1.z]$ durch Filterung der Inklusionsordnung $x \leqq y \leqq z$ mit $x, y, z \in P$ möglichen $3^3 = 27$ Dualsysteme ist, gehen wir dabei von den letzteren aus, d.h. der Algorithmus ist auf das folgende Gesamtsystem anzuwenden. Das Ergebnis ist, wie man leicht feststellen kann, ein enorm komplexes System, das eines ganzen Buches zur vollständigen Darstellung bedürfte.

$Z_1 = [[3.1, 2.1, 1.1] \times [1.1, 1.2, 1.3]]$

$Z_2 = [[3.1, 2.1, 1.2] \times [2.1, 1.2, 1.3]]$

$Z_3 = [[3.1, 2.1, 1.3] \times [3.1, 1.2, 1.3]]$

$Z_4 = [[3.1, 2.2, 1.1] \times [1.1, 2.2, 1.3]]$

$Z_5 = [[3.1, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 1.3]]$

$Z_6 = [[3.1, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 1.3]]$

$Z_7 = [[3.1, 2.3, 1.1] \times [1.1, 3.2, 1.3]]$

$Z_8 = [[3.1, 2.3, 1.2] \times [2.1, 3.2, 1.3]]$

$Z_9 = [[3.1, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 1.3]]$

$Z_{10} = [[3.2, 2.1, 1.1] \times [1.1, 1.2, 2.3]]$

$Z_{11} = [[3.2, 2.1, 1.2] \times [2.1, 1.2, 2.3]]$

$Z_{12} = [[3.2, 2.1, 1.3] \times [3.1, 1.2, 2.3]]$

$Z_{13} = [[3.2, 2.2, 1.1] \times [1.1, 2.2, 2.3]]$

$Z_{14} = [[3.2, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 2.3]]$

$Z_{15} = [[3.2, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 2.3]]$

$Z_{16} = [[3.2, 2.3, 1.1] \times [1.1, 3.2, 2.3]]$

$Z_{17} = [[3.2, 2.3, 1.2] \times [2.1, 3.2, 2.3]]$

$Z_{18} = [[3.2, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 2.3]]$

$Z_{19} = [[3.3, 2.1, 1.1] \times [1.1, 1.2, 3.3]]$

$Z_{20} = [[3.3, 2.1, 1.2] \times [2.1, 1.2, 3.3]]$

$Z_{21} = [[3.3, 2.1, 1.3] \times [3.1, 1.2, 3.3]]$

$Z_{22} = [[3.3, 2.2, 1.1] \times [1.1, 2.2, 3.3]]$

$Z_{23} = [[3.3, 2.2, 1.2] \times [2.1, 2.2, 3.3]]$

$Z_{24} = [[3.3, 2.2, 1.3] \times [3.1, 2.2, 3.3]]$

$Z_{25} = [[3.3, 2.3, 1.1] \times [1.1, 3.2, 3.3]]$

$Z_{26} = [[3.3, 2.3, 1.2] \times [2.1, 3.2, 3.3]]$

$Z_{27} = [[3.3, 2.3, 1.3] \times [3.1, 3.2, 3.3]]$

Literatur

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-80

Günther, Gotthard, Idee und Grundriß einer nicht-aristotelischen Logik. 3. Aufl. Hamburg 1991

Klaus, Georg, Semiotik und Erkenntnistheorie. 4. Aufl. Berlin (DDR) 1973

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Mai 1986

Kronthaler, Engelbert, Gänsemarsch und Seitensprünge. In: Spuren 33, 1990, S. 56-62

Menne, Albert, Einführung in die formale Logik. 2. Aufl. Darmstadt 1991

Menne, Albert, Einführung in die Methodologie. 3. Aufl. Darmstadt 1992

Toth, Alfred, Elements of a Thory of the Night. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Vollständige und unvollständige ontisch-semiotische Isomorphie I-IV. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014a

Toth, Alfred, Einbettungsoperatoren. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2014b

Toth, Alfred, Zur Kritik der Polykontexturalitätstheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

16.4.2015